PART2　余弦定理

例題

△ABC において，次のものを求めよ。

(1)　$b=3$，$c=2\sqrt{3}$，$A=30^\circ$ のとき　a

(2)　$a=\sqrt{2}$，$b=\sqrt{10}$，$c=2$ のとき　B

(3)　$b=2$，$c=\sqrt{6}$，$C=60^\circ$ のとき　a

Point Pickup

練習

△ABC において，次のものを求めよ。

(1)　$a=3$，$b=4$，$C=120^\circ$ のとき　c

(2)　$a=13$，$b=7$，$c=15$ のとき　A

(3)　$a=\sqrt{2}$，$b=\sqrt{5}$，$B=45^\circ$ のとき　c

第 11 講　PART2　確認問題

1 $\triangle$ABC において，$b=\sqrt{5}$，$c=\sqrt{10}$，$A=45^\circ$ のとき，a の値を求めよ。

$a=\sqrt{\boxed{ア}}$

2 $\triangle$ABC において，$a=4$，$b=\sqrt{7}$，$c=\sqrt{3}$ のとき，B の値を求めよ。

$B=\boxed{イウ}^\circ$

3 $\triangle$ABC において，$a=2\sqrt{3}$，$b=\sqrt{13}$，$B=30^\circ$ のとき，c の値を求めよ。

$c=\boxed{エ}+\sqrt{\boxed{オカ}}$

PART2　余弦定理

例題

△ABC において，次のものを求めよ。

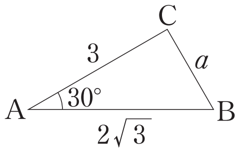
(1)　$b=3$，$c=2\sqrt{3}$，$A=30^\circ$ のとき　a

(2)　$a=\sqrt{2}$，$b=\sqrt{10}$，$c=2$ のとき　B

(3)　$b=2$，$c=\sqrt{6}$，$C=60^\circ$ のとき　a

(1)　余弦定理より

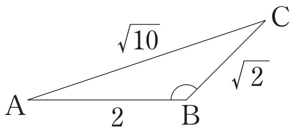
$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$$
$$=3^2+(2\sqrt{3})^2-2\cdot 3\cdot 2\sqrt{3}\cdot\cos 30^\circ$$
$$=9+12-2\cdot 3\cdot 2\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=3$$



$a>0$ より $a=\sqrt{3}$

(2)　余弦定理より

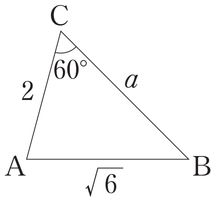
$$\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$$
$$=\frac{2^2+(\sqrt{2})^2-(\sqrt{10})^2}{2\cdot 2\cdot\sqrt{2}}=\frac{-4}{4\sqrt{2}}=-\frac{1}{\sqrt{2}}$$



よって $B=135^\circ$

(3)　余弦定理より

$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$$
$$(\sqrt{6})^2=a^2+2^2-2\cdot a\cdot 2\cdot\cos 60^\circ$$
$$a^2-2a-2=0$$



$a>0$ より $a=1+\sqrt{3}$

練習

△ABC において，次のものを求めよ。

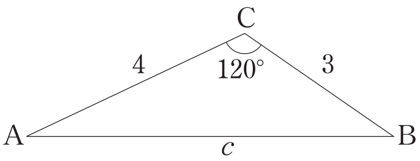
(1)　$a=3$，$b=4$，$C=120^\circ$ のとき　c

(2)　$a=13$，$b=7$，$c=15$ のとき　A

(3)　$a=\sqrt{2}$，$b=\sqrt{5}$，$B=45^\circ$ のとき　c

(1)　余弦定理より

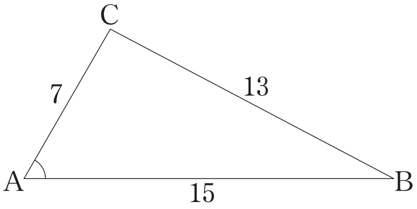
$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$$
$$=3^2+4^2-2\cdot3\cdot4\cdot\cos120^\circ$$
$$=9+16-2\cdot3\cdot4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=37$$



$c>0$ より $c=\sqrt{37}$

(2)　余弦定理より

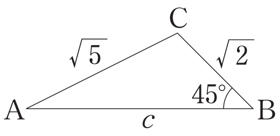
$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$
$$=\frac{7^2+15^2-13^2}{2\cdot7\cdot15}=\frac{105}{2\cdot7\cdot15}=\frac{1}{2}$$



よって $A=60^\circ$

(3)　余弦定理より

$$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$$
$$(\sqrt{5})^2=c^2+(\sqrt{2})^2-2\cdot c\cdot\sqrt{2}\cdot\cos45^\circ$$
$$c^2-2c-3=0 \qquad (c+1)(c-3)=0$$



$c>0$ より $c=3$

第11講　PART2　確認問題 解答

1

[正解] ア：5

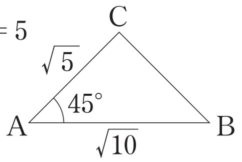
[解説]

余弦定理より

$$a^2=(\sqrt{5})^2+(\sqrt{10})^2-2\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{10}\cdot\cos 45^\circ \quad \text{[A]}$$

$$=5+10-2\sqrt{50}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=5$$

$a>0$ より　$a=\sqrt{5}$

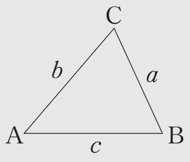


[A]　余弦定理
△ABC について

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$

$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$



2

[正解] イウ：30

[解説]

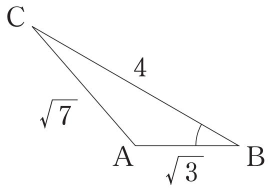
余弦定理より

$$\cos B=\frac{(\sqrt{3})^2+4^2-(\sqrt{7})^2}{2\cdot\sqrt{3}\cdot 4} \quad \text{[B]}$$

$$=\frac{12}{2\cdot\sqrt{3}\cdot 4}$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

よって　$B=30^\circ$



[B]　余弦定理

$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$

$$\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$$

$$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$

3

[正解] エ：3,　オカ：10

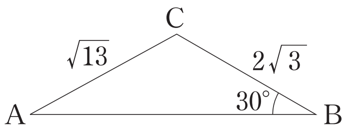
[解説]

余弦定理より

$$(\sqrt{13})^2=c^2+(2\sqrt{3})^2-2\cdot c\cdot 2\sqrt{3}\cdot\cos 30^\circ \quad \text{[C]}$$

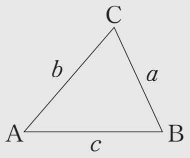
$$c^2-6c-1=0$$

$c>0$ より　$c=3+\sqrt{10}$



[C]　余弦定理
△ABC について

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$

$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$